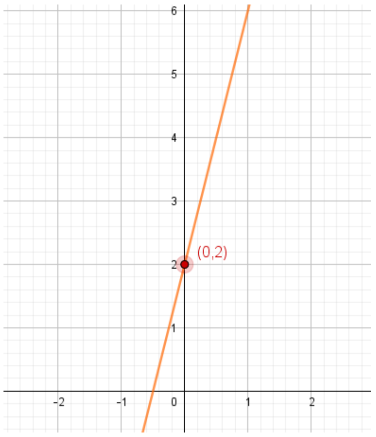
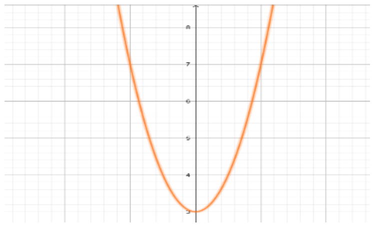
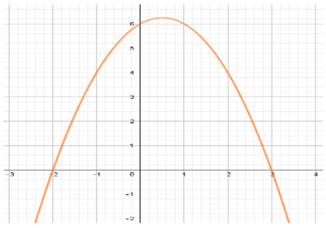
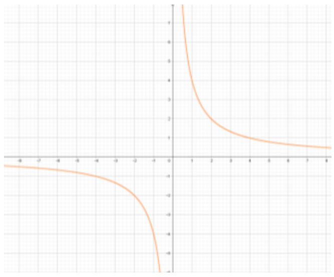
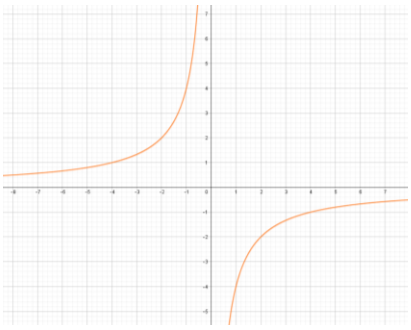
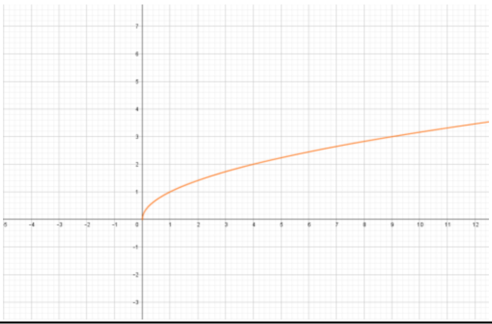
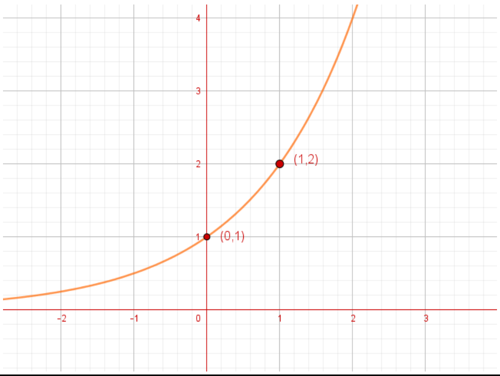
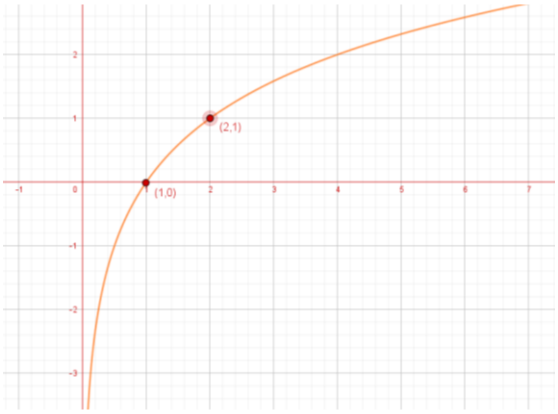
Funciones elementales

Lucía Cabezas Rosa
@matesconlucia

NOMBRE Y ECUACIÓN	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO Y GRÁFICA
FUNCIÓN LINEAL $y = mx + n$ Recta	- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$ - $\boldsymbol{Pendiente \to m}$ ¿Cómo puedo calcular la pendiente? Dados dos puntos $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$, entonces: $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ - $\boldsymbol{Ordenada\ en\ el\ origen \to n}$ La función siempre pasa por el punto (0,n) -$\boldsymbol{Crecimiento}$ Si $m > 0$, la función es creciente Si $m < 0$, la función es decreciente	$y = 4x + 2$ 
FUNCIÓN CUADRÁTICA $y = ax^2 + bx + c$ Parábola	- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$ - $\boldsymbol{Ramas}$ Si $a > 0$, la función es convexa (ramas hacia arriba) Si $a < 0$, la función es cóncava (ramas hacia abajo) - $\boldsymbol{Vértice}$ $$x = -\frac{b}{2a}, \quad y = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$ Si $a > 0$, el vértice es un mínimo Si $a < 0$, el vértice es un máximo -Si dos funciones cuadráticas tienen la misma $\boldsymbol{a}$, las parábolas son idénticas, aunque situadas en sitios distintos. -Cuanto mayor es $\boldsymbol{a}$, más cerrada están las ramas.	$y = 4x^2 + 3$  $y = -x^2 + +6$ 
FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA $y = \frac{k}{x}, \quad k \neq 0$	- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$ menos los puntos en los que se anula el denominador. - $\boldsymbol{Crecimiento}$ Si $k > 0$, la función es decreciente (gráfica en el primer y tercer cuadrante) Si $k < 0$, la función es creciente (gráfica en el segundo y cuarto cuadrante)	$y = \frac{4}{x}$ 

Hipérbola	$-Las$ $\boldsymbol{funciones\ racionales}$ $también$ $son\ hipérbolas$ $y = f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$	$y = \dfrac{-4}{x}$ 
FUNCIÓN RAÍZ (O RADICAL) $y = \sqrt[n]{kx}$	<u>SOLO EXISTEN RAÍCES DE ÍNDICE PAR DE NÚMEROS MAYORES O IGUALES QUE CERO</u> - $\boldsymbol{Domf}$ Si n es impar, el dominio es el dominio de la función que haya dentro de la raíz. Si n es par, el dominio es todos los números para los que la función que hay dentro de la raíz es mayor o igual que cero.	$y = \sqrt{x}$ 
FUNCIÓN EXPONENCIAL $y = a^x,$ $a > 0 \quad y \quad a \neq 1$ Función inversa de la logarítmica	- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$ - Todas pasan por $(0,1)$ y $(1, a)$ - $\boldsymbol{Crecimiento}$ Si $a > 1$, es creciente. Si $0 < a < 1$, es decreciente.	$y = 2^x$ 
FUNCIÓN LOGARÍTMICA $y = \log_a x$ $a > 0 \quad y \quad a \neq 1$ Función inversa de la exponencial	<u>SOLO EXISTEN LOGARÍTMOS DE NÚMEROS POSITIVOS</u> - $\boldsymbol{Domf}$ **=** todos los valores para los que lo que hay dentro del logarítmo sea mayor que cero**.** - Todas pasan por $(1,0)$ y $(a, 1)$ - $\boldsymbol{Crecimiento}$ Si $a > 1$, es creciente. Si $0 < a < 1$, es decreciente.	$y = \log_2 x$ 

FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

$$y = \begin{cases} Una\ función \\ Otra\ función \\ \ldots \end{cases}$$

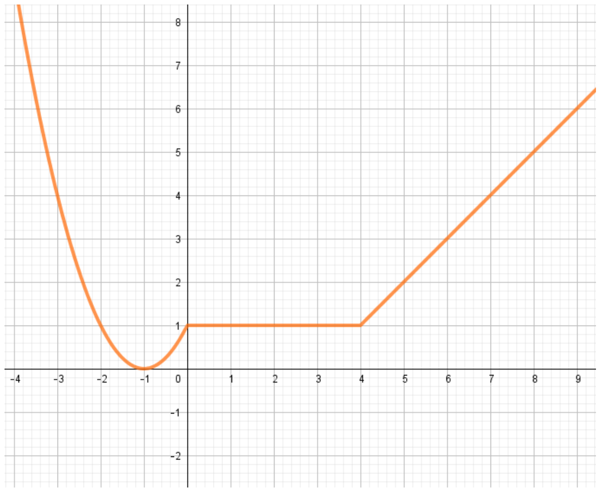
Están formadas por varias funciones en un tramo cada una.

Tenemos que representar cada función en el tramo en el que esté definida.

- $\boldsymbol{Domf}$

Estudiamos el dominio de cada función en el tramo que está definida y el dominio total será la unión de los dominios.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & si \quad x \leq 0 \\ 1 & si \quad 0 < x < 4 \\ x - 3 & si \quad x \geq 4 \end{cases}$$

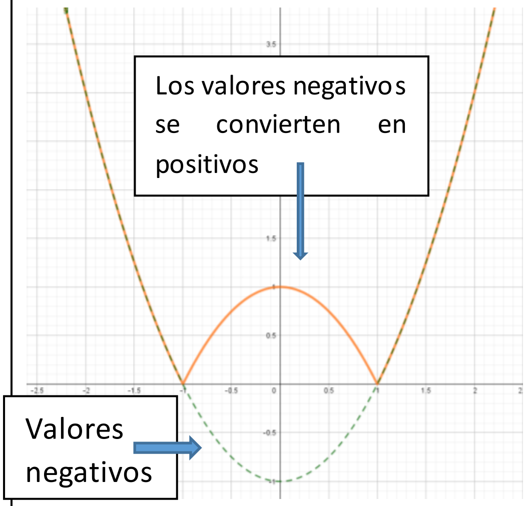


EJEMPLOS DE FUNCIONES A TROZOS

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

$y = |f(x)|$

La función valor absoluto convierte todos los valores negativos de la $\boldsymbol{y}$, en valores positivos.



<u>PASOS A SEGUIR PARA PASAR DEL VALOR ABSOLUTO A UNA FUNCIÓN A TROZOS:</u>

1) Obtengo los valores donde la función se anula.
2) Estudio el signo de la función entre esos valores.
3) Los intervalos donde la función sea positiva, dejamos la ecuación igual. Los intervalos donde la función sea negativa, le cambiamos el signo a toda la ecuación.

$$y = |x^2 - 1|$$

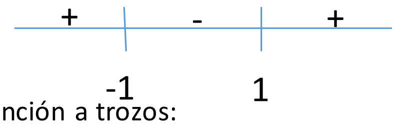
1) $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$

2) Estudio el signo en los intervalos:

$$(-\infty, -1) \rightarrow (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

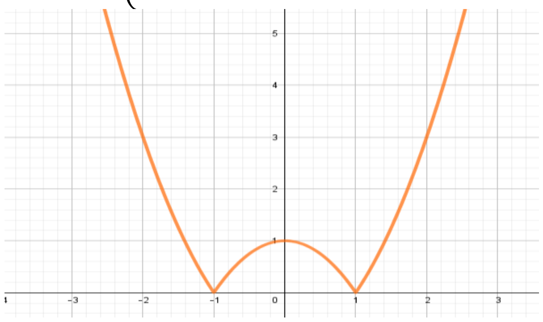
$$(-1,1) \rightarrow (0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$(1, +\infty) \rightarrow (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$



3) Función a trozos:

$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & si \quad x \leq -1 \\ -x^2 + 1 & si \quad -1 < x < 1 \\ x^2 - 1 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$



FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIÓN SENO

$y = sen\alpha$

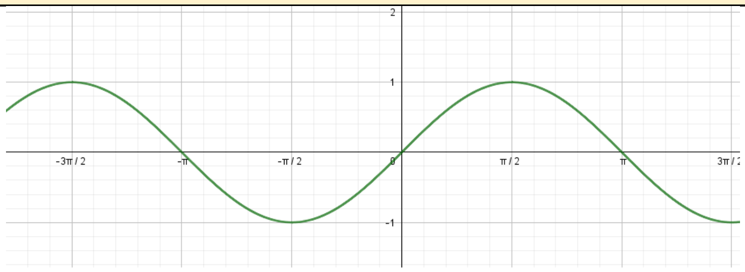
- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$
- $\boldsymbol{Recf} = [-\boldsymbol{1}, \boldsymbol{1}]$

-***Periódica***

$senx = sen(x + 2\pi)$

-Función impar

$sen(-x) = -senx$



FUNCIÓN COSENO

$y = cos\alpha$

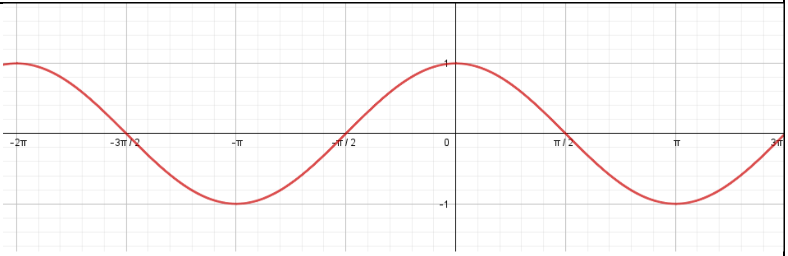
- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R}$
- $\boldsymbol{Recf} = [-\boldsymbol{1}, \boldsymbol{1}]$

-***Periódica***

$cosx = cos(x + 2\pi)$

-Función par

$cos(-x) = cosx$



FUNCIÓN TANGENTE

$y = tg\alpha$

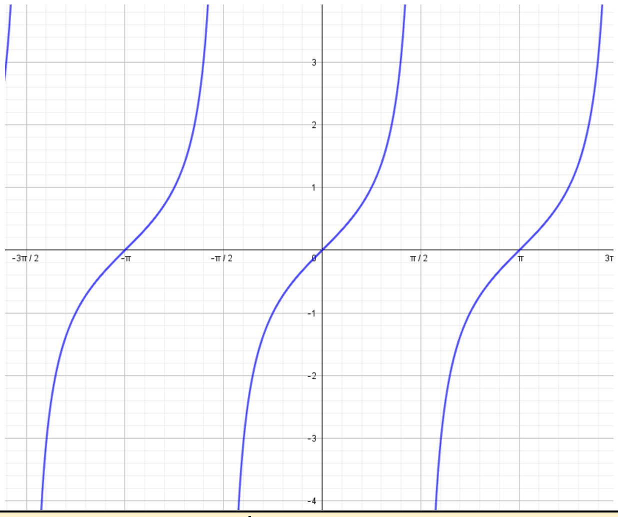
- $\boldsymbol{Domf} = \mathbb{R} - \{\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{k\pi}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Z}\}$
- $\boldsymbol{Recf} = \mathbb{R}$

-***Periódica***

$tgx = tg(x + \pi)$

-Función impar

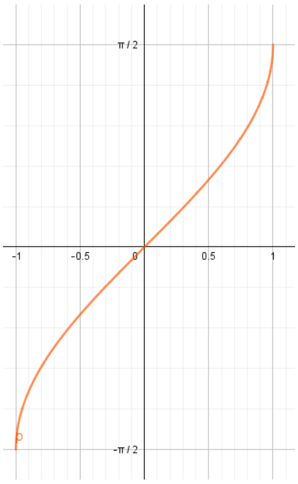
$tg(-x) = -tgx$



INVERSAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

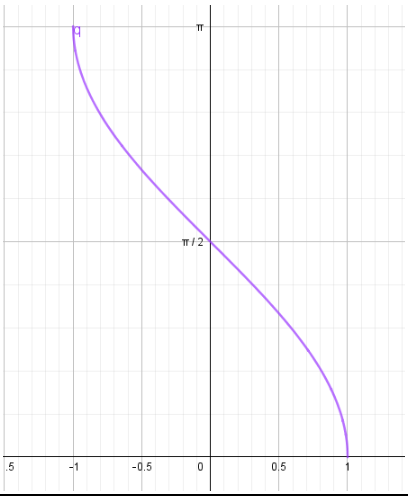
FUNCIÓN ARCOSENO

$y = arcsen\alpha$



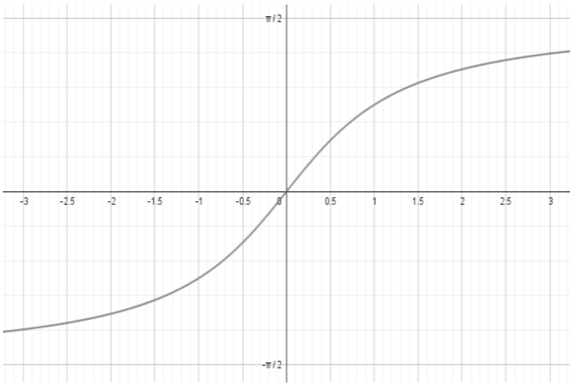
FUNCIÓN ARCOCOSENO

$y = arccos\alpha$



FUNCIÓN ARCOTANGENTE

$y = arctg\alpha$



Este obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional.